หน่วยที่ 6
สนามไฟฟ้าในวัสดุ

6.1 บทนำ

วัสดุจะมีสภาพนำไฟฟ้าหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับปริมาณของประจุบวก (โปรตรอน) และประจุลบ (อิเล็กตรอน) ในวัสดุนั้น วัสดุโดยทั่วไปจะเป็นกลางทางไฟฟ้าคือมีประจุบวกและประจุลบเท่ากันและมีประจุลบจำนวนมากในเนื้อวัสดุ วัสดุที่เป็นฉนวน (Insulator หรือ dielectric material) เช่น แก้วและยาง เป็นวัสดุที่ไม่นำไฟฟ้า และประจุบวกกับประจุลบในโมเลกุลของสารไดอิเล็กตริกจะแยกตัวห่างกันเล็กน้อยจึงเป็นไดโพลไฟฟ้า วัสดุที่เป็นตัวนำไฟฟ้าเป็นวัสดุที่มีอิเล็กตรอนอิสระ (อิเล็กตรอนในแถบพลังงานนำไฟฟ้า) อยู่มาก อย่างไรก็ตาม ประจุนั้นเป็นแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้า การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวัสดุตัวนำไฟฟ้าจึงมีประโยชน์อย่างยิ่ง เพื่อความเข้าใจสนามไฟฟ้าและสภาพการนำไฟฟ้าในวัสดุ

6.2 กระแสไฟฟ้าและความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า

<u>นิยาม</u> กระแส (I) คืออัตราการเคลื่อนที่ของประจุบวกต่อหน่วยเวลาผ่านระนาบอ้างอิงระนาบหนึ่ง มีหน่วยเป็นแอมแปร์ (Ampere, A) นั่นคือ

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad A \qquad (6.1)$$

โดยกระแส 1 แอมแปร์ คือกระแสที่เกิดจากประจุบวก 1 คูลอมบ์ (C) เคลื่อนที่ผ่านระนาบอ้างอิงในเวลา 1 วินาที (s) กล่าวคือ

$$1\ A = 1\ C/s$$

<u>ข้อสังเกต</u>

1. กระแสจะไหลในทิศทางเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ของประจุบวก แต่จะไหลสวนทางกับทิศที่ประจุลบเคลื่อนที่
2. ถือว่ากระแส I เป็นปริมาณสเกลาร์

<u>นิยาม</u> ความหนาแน่นของกระแส ($\vec{J}$) คือปริมาณเวกเตอร์ซึ่งมีค่าเท่ากับกระแสที่ไหลผ่านพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลส่วนเล็กๆ พื้นที่หนึ่ง คิดต่อหน่วยของส่วนประกอบของพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลนั้นที่ตั้งฉากกับทิศการไหลของกระแส มีหน่วยเป็น แอมแปร์ต่อตารางเมตร (A/m^2) เขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\vec{J} = \frac{dI}{dS_n}\hat{a}_J \qquad A/m^2 \qquad (6.2)$$

โดยที่

$\vec{J}$ คือความหนาแน่นของกระแสบนพื้นที่แบบดิฟเฟอเรนเชียล

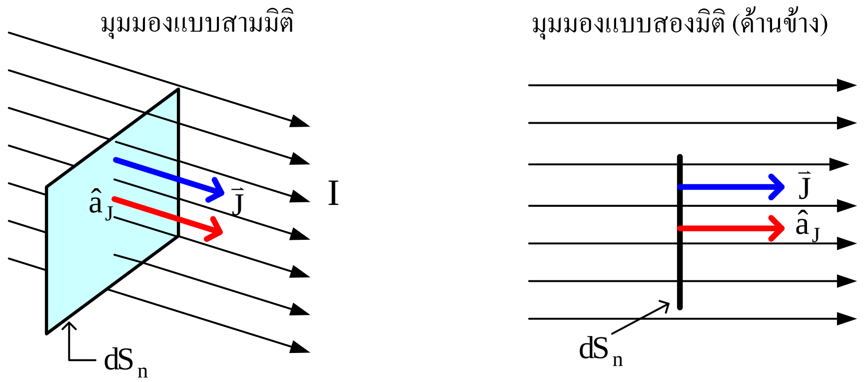
dI คือปริมาณกระแสแบบดิฟเฟอเรนเชียลที่ไหลผ่านพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล dS_n ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลนั้น

dS_n คือพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลส่วนที่ตั้งฉากกับทิศของกระแส

$\hat{a}_J$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของกระแส

โดยสาระสำคัญของสมการที่ (6.2) คือทิศทางของกระแสดิฟเฟอเรนเชียลจะต้องตั้งฉากกับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลดังแสดงได้ด้วยรูปที่ 6.1 เมื่อกระแส I ปริมาณหนึ่งไหลในทิศทางตั้งฉากกับพื้นที่ dS_n จะทำให้ได้ปริมาณกระแส dI ไหลผ่านพื้นที่ dS_n ในทิศทางที่ตั้งฉากกับ

พื้นที่ dS_n นั้น ปริมาณทั้งสองคือ dI และ dS_n จะทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของกระแส $\vec{J}$ ตามสมการที่ (6.2)



รูปที่ 6.1 แสดงปริมาณ $\vec{J}$, dS_n, I และ $\hat{a}_J$ ในมุมมองแบบสามมิติและสองมิติ ในกรณีที่ทิศทางของกระแสตั้งฉากกับพื้นที่แบบดิฟเฟอเรนเชียล

จากสมการที่ (6.2) เมื่อพิจารณาปริมาณกระแสบนพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล จะได้

$$dI = J_n dS_n \quad \text{A} \tag{6.3}$$

เมื่อ

J_n คือความหนาแน่นของกระแสที่ไหลผ่านและตั้งฉากกับพื้นที่ dS_n

dI คือปริมาณกระแสที่ไหลผ่านพื้นที่ dS_n ในทิศทางที่ตั้งฉากกับ dS_n

กรณีทั่วไป เมื่อปริมาณกระแสดิฟเฟอเรนเชียลไหลผ่านพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลอันหนึ่ง ในทิศทางใด ๆ ที่ไม่ตั้งฉากกับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลนั้น แสดงได้ดังรูปที่ 6.2 เมื่อกระแสทำมุม θ กับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล ในกรณีนี้ จะได้ปริมาณกระแสที่ไหลผ่านพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียลเป็น

$$dI = J dS \cos\theta \quad \text{A} \tag{6.4}$$

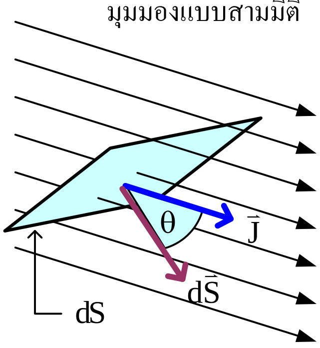
เมื่อ

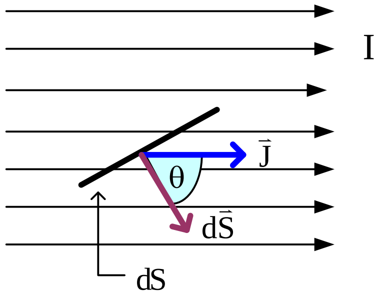
dS คือพื้นที่แบบดิฟเฟอเรนเชียล

dI คือขนาดกระแสดิฟเฟอเรนเชียลที่ไหลผ่านพื้นที่แบบดิฟเฟอเรนเชียล dS

J คือ ขนาดความหนาแน่นของกระแสบนพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล dS

θ คือมุมระหว่างกระแสกับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล





รูปที่ 6.2 แสดงปริมาณ $\vec{J}$, $d\vec{S}$ และ I ในมุมมองแบบสามมิติและสองมิติ ในกรณีที่ทิศทางของกระแสไม่ตั้งฉากกับพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล

หรือ

$$dI = \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad \text{A} \qquad (6.5)$$

เมื่อ

dI คือ ขนาดกระแสส่วนที่ไหลผ่านพื้นที่ dS

$\vec{J}$ คือ เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสบนพื้นที่ dS

$d\vec{S}$ คือ เวกเตอร์พื้นที่แบบดิฟเฟอเรนเชียล

และจะได้กระแสรวมทั้งหมดบนพื้นที่รวม S ดังนี้

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad \text{A} \qquad (6.6)$$

ตัวอย่างที่ 6.1 จงหากระแสรวมทั้งหมดในทิศทาง $\hat{a}_z$ ที่ไหลผ่านระนาบ z = 0 ในช่วงพื้นที่ที่กำหนดด้วย x = ± 0.01 เมตร และ y = ± 0.01 เมตร เมื่อ $\vec{J} = 2\times10^8(z^2\,\hat{a}_y + y^2\,\hat{a}_z)$ แอมแปร์ต่อตารางเมตร

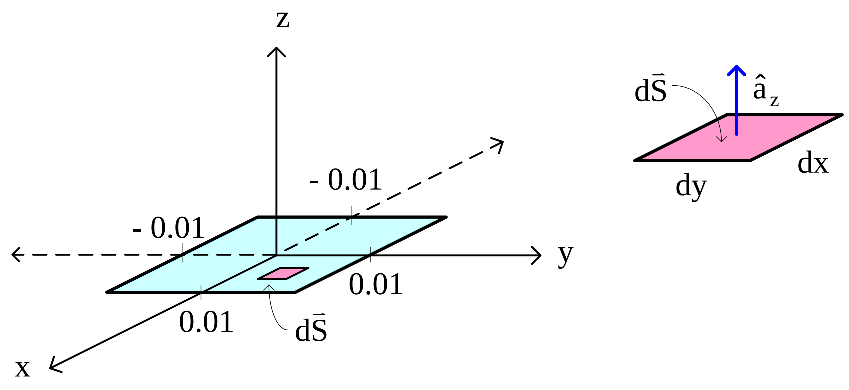
<u>**วิธีทำ**</u>

จากพื้นที่ระนาบที่ z = 0 จะได้ความหนาแน่นของกระแสเป็น

$$\vec{J} = 2\times10^8(z^2\,\hat{a}_y + y^2\,\hat{a}_z)$$

เมื่อ z = 0

$$\vec{J} = 2\times10^8\,y^2\,\hat{a}_z$$



รูปที่ 6.3 แสดงพื้นที่ระนาบและพื้นที่ดิฟเฟอเรนเชียล $d\vec{S}$

และ

$$d\vec{S} = dxdy\,\hat{a}_z$$

ดังนั้นกระแสรวมที่ผ่านระนาบจะเป็นดังนี้

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{y=-0.01}^{0.01}\int_{x=-0.01}^{0.01} 2\times 10^8 y^2\,\hat{a}_z \cdot dxdy\,\hat{a}_z$$

$$= 2\times 10^8 \int_{y=-0.01}^{0.01}\int_{x=-0.01}^{0.01} y^2 dxdy$$

$$= 2\times 10^8 \left(\left.\frac{y^3}{3}\right|_{-0.01}^{0.01}\right)\left(x\Big|_{-0.01}^{0.01}\right)$$

$$= \frac{2\times 10^8}{3}[0.01^3 - (-0.01)^3][0.01-(-0.01)]$$

$$= \frac{2\times 10^8}{3}[1\times 10^{-6} - (-1\times 10^{-6})][0.02]$$

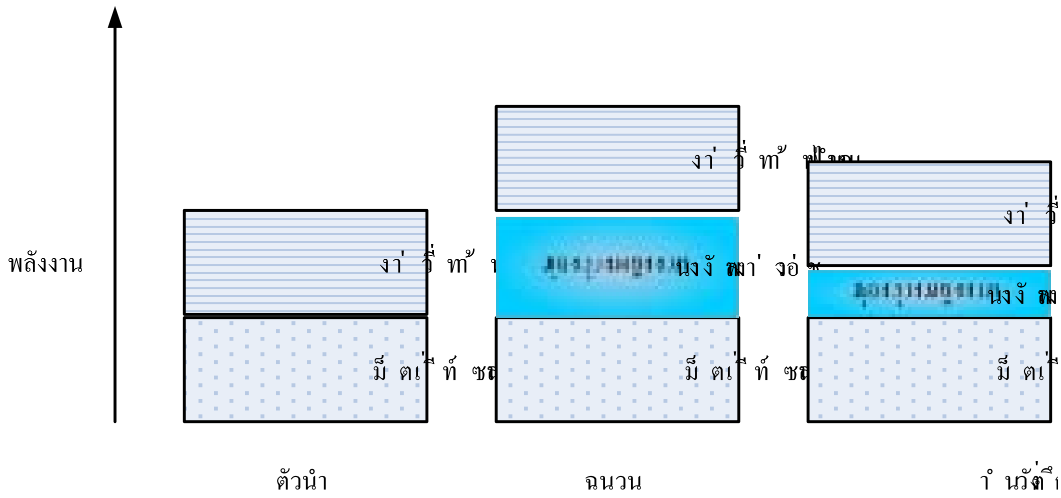
$$= \frac{2\times 10^8}{3}[2\times 10^{-6}][0.02]$$

$$= \frac{8}{3} \quad \text{A}$$

<u>ตอบ</u> $\frac{8}{3}$ A

6.3 โลหะตัวนำ

คุณสมบัติการนำไฟฟ้าของสารนั้น พิจารณากันที่ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนวงนอกสุดที่เรียกว่า วาเลนซ์อิเล็กตรอน (Valence electron) ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่มีระดับพลังงานมากที่สุดในอะตอมของสารนั้น วาเลนซ์อิเล็กตรอนจะอยู่ในแถบพลังงานที่เรียกว่า แถบวาเลนซ์ (Valence band) ถ้าเมื่อใดก็ตามที่วาเลนซ์อิเล็กตรอนได้รับพลังงานเพิ่มขึ้น (เช่นจากการกระตุ้นด้วยสนามไฟฟ้าภายนอก) จนเข้าไปอยู่ในแถบพลังงานที่เรียกว่า แถบนำไฟฟ้า (Conduction band) สารนั้นจะมีคุณสมบัตินำไฟฟ้าได้ จะมากหรือน้อยก็ขึ้นอยู่กับจำนวนของวาเลนซ์อิเล็กตรอนที่มีพลังงานอยู่ในแถบนำไฟฟ้า เมื่อพิจารณาในแง่มุมการนำไฟฟ้าของวัสดุ จะแบ่งวัสดุออกเป็น 3 ชนิด คือ ตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ โดยโครงสร้างแถบพลังงานของสารทั้ง 3 ชนิด แสดงได้ดังรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 โครงสร้างของแถบพลังงานของวัสดุ 3 ชนิด ที่อุณหภูมิ 0° K

ในโลหะตัวนำแถบวาเลนซ์กับแถบนำไฟฟ้าจะอยู่ติดกันไม่มีช่องว่างของระดับพลังงาน (Energy gap) ทำให้วาเลนซ์อิเล็กตรอนขึ้นไปยังแถบนำไฟฟ้าได้ง่าย เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกมากระตุ้น(แม้เพียงเล็กน้อย) ทำให้โลหะตัวนำมีคุณสมบัตินำไฟฟ้าได้ดี เรียกอิเล็กตรอนที่ทำให้เกิดการนำไฟฟ้าเหล่านี้ว่า อิเล็กตรอนนำไฟฟ้า (Conduction electron)

ในวัสดุที่เป็นฉนวน จะมีช่องว่างของระดับพลังงานอยู่มาก ทำให้วาเลนซ์อิเล็กตรอนขึ้นไปยังแถบนำไฟฟ้าได้ยาก ดังนั้นถ้าสนามไฟฟ้าภายนอกที่นำมากระตุ้นไม่สูงมากพอ วาเลนซ์อิเล็กตรอนจะไม่สามารถขึ้นไปยังแถบพลังงานนำไฟฟ้าได้ จึงเป็นสาเหตุให้วัสดุที่เป็นฉนวนมี

คุณสมบัติไม่นำไฟฟ้า แต่อย่างไรก็ตามถ้าเพิ่มสนามไฟฟ้าภายนอกที่นำมากระตุ้นให้มีค่ามากพอจนถึงจุดจุดหนึ่งที่เรียกว่า จุดทลาย (Break down) วาเลนซ์อิเล็กตรอนจะมีพลังงานสูงขึ้นจนข้ามไปยังแถบนำไฟฟ้าได้ ที่จุดนี้เองที่วัสดุฉนวนจะนำไฟฟ้าได้

ส่วนสารกึ่งตัวนำ ช่องว่างของระดับพลังงานจะแคบกว่าฉนวนมาก ทำให้เมื่อได้รับพลังงานจากแสง ความร้อน หรือสนามไฟฟ้าจำนวนไม่มากนัก วาเลนซ์อิเล็กตรอนที่ได้รับพลังงานเหล่านี้จะข้ามเข้าไปอยู่ในแถบนำไฟฟ้าได้ และเกิดนำไฟฟ้าได้ในสารนี้

ในสารที่เป็นโลหะตัวนำ เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกมากระตุ้นจะทำให้มีอิเล็กตรอนนำไฟฟ้า (หรืออิเล็กตรอนอิสระ) เกิดขึ้นที่แถบนำไฟฟ้าดังกล่าวข้างต้นแล้วนั้น อิเล็กตรอนเหล่านี้จะเคลื่อนที่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้าที่นำมากระตุ้น เกิดเป็นกระแสไฟฟ้าไหลในโลหะตัวนำ เป็นไปตามสมการดังนี้

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad (6.7)$$

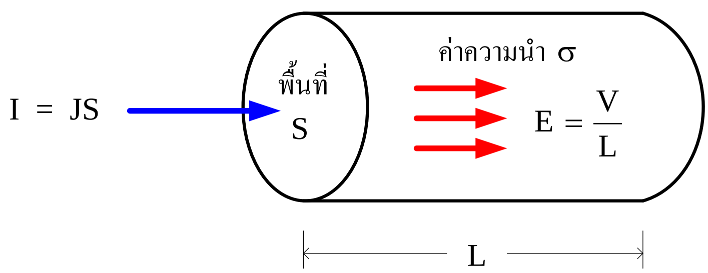
เมื่อ

$\vec{J}$ คือความหนาแน่นของกระแส มีหน่วยเป็น A/m^2

σ คือค่าความนำ (Conductivity) มีหน่วยเป็น mho/m

$\vec{E}$ สนามไฟฟ้า มีหน่วยเป็น V/m

ถ้าพิจารณาบริเวณหนึ่งที่มีรูปร่างเป็นทรงกระบอกลักษณะคงที่ และสมมุติว่า $\vec{J}$ และ $\vec{E}$ ในบริเวณรูปทรงกระบอกนี้เป็นแบบลักษณะคงที่ (Uniform) ด้วย ดังแสดงในรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.5 แสดงรูปทรงกระบอกที่มีความยาว L พื้นที่หน้าตัด S

จาก

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

จะได้

$$I = JS \quad (6.8)$$

หรือ

$$J = \frac{I}{S} \quad (6.9)$$

และ

$$V_{ab} = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$= -\vec{E} \cdot \int_b^a d\vec{L}$$

$$= -\vec{E} \cdot \vec{L}_{ba}$$

นั่นคือ

$$V_{ab} = \vec{E} \cdot \vec{L}_{ab} \quad (6.10)$$

หรือ

$$V = EL \quad (6.11)$$

จากสมการที่ (6.7) (6.9) และ (6.11)

$$J = \frac{I}{S} \quad (6.12)$$

$$J = \sigma E \quad (6.13)$$

$$E = \frac{V}{L} \quad (6.14)$$

จะได้

$$\frac{I}{S} = \sigma E \quad (6.15)$$

$$\frac{I}{S} = \sigma \frac{V}{L} \quad (6.16)$$

หรือ

$$V = \frac{L}{\sigma S} I \quad (6.17)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับกฎของโอห์มในทฤษฎีเชิงวงจรซึ่งระบุว่า

$$V = IR \quad (6.18)$$

จะได้

$$R = \frac{L}{\sigma S} \quad (6.19)$$

สมการที่ (6.19) ใช้คำนวณค่าความต้านทานของสารตัวนำที่อยู่ในสนามแบบลักษณะคงที่

ตัวอย่างที่ 6.2 หาค่าความต้านทานของสายทองแดงเบอร์ 16 หน้าตัดเป็นรูปทรงกระบอก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.0508 นิ้ว (1.291×10^{-3} เมตร) ความยาวสายทองแดง 1 ไมล์ (1609 เมตร) สายทองแดงมีค่าความนำ $\sigma = 5.80\times10^{7}$ mho/m

<u>วิธีทำ</u>

$$\text{พื้นที่หน้าตัด}\quad S = \pi r^2$$

$$= \pi\left(\frac{1.291\times10^{-3}}{2}\right)^2$$

$$= 1.308\times10^{-6} \quad m^2$$

จาก

$$R = \frac{L}{\sigma S}$$

$$= \frac{1609}{(5.80\times10^{7})(1.308\times10^{-6})}$$

$$= 21.2 \quad \Omega$$

<u>ตอบ</u> 21.2 Ω

6.4 ตัวนำในสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขต

การพิจารณาคุณสมบัติของตัวนำในที่นี้จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขสองประการคือ หนึ่งอยู่ในสภาวะสถิต (Static condition) กล่าวคือจะไม่มีกระแสไหล (หรือไม่มีการเคลื่อนที่ของประจุ) สองอยู่ในสภาวะเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) กล่าวคือรอบๆตัวนำนั้นจะเป็นวัสดุที่เป็นฉนวน คุณสมบัติของตัวนำที่ดีในสภาวะดังกล่าวนี้ มี 2 ประการ จะพิจารณาในเชิงกายภาพทั้งสองประการดังนี้

ประการที่หนึ่ง คุณสมบัติของตัวนำที่ดี จะไม่มีประจุอยู่ภายในตัวนำเลย หรือกล่าวได้ว่า ความหนาแน่นของประจุภายในตัวนำมีค่าเป็นศูนย์ แต่ประจุจะไปปรากฏอยู่บนผิวด้านนอกตัวนำ ซึ่งสามารถจะอธิบายปรากฏการณ์ในเชิงกายภาพได้ดังนี้

การพิจารณาต่อไปนี้จะพิจารณาเมื่ออยู่ในภาวะไม่สมดุลชั่วขณะหนึ่ง คือช่วงที่อยู่ในสภาวะไม่สถิตเป็นเวลาช่วงสั้นๆเพื่อให้เห็นถึงปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยสมมุติว่ามีอิเล็กตรอน

จำนวนหนึ่งเกิดขึ้นภายในตัวนำอย่างทันทีทันใด สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเนื่องจากอิเล็กตรอนเหล่านี้จะบังคับให้อิเล็กตรอนนั้นเคลื่อนที่ห่างออกจากกัน และเป็นไปเช่นนี้จนกระทั่งอิเล็กตรอนไปถึงผิวตัวนำ อิเล็กตรอนจะหยุดเคลื่อนที่ เนื่องจากว่าวัสดุที่ห่อหุ้มรอบตัวนำนั้นเป็นฉนวนซึ่งอิเล็กตรอนมีพลังงานไม่มากพอที่จะข้ามไปยังแถบนำไฟฟ้าได้ จึงทำให้ไม่มีประจุอยู่ภายในตัวนำ แต่จะไปปรากฏอยู่ที่ผิวด้านนอกของตัวนำเท่านั้น

ประการที่สอง คุณสมบัติของตัวนำที่ดีในสภาวะสถิตซึ่งไม่มีกระแสไหล ความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวนำมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งอธิบายปรากฏการณ์นี้ในเชิงกายภาพได้ดังนี้

ถ้ามีสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นภายในตัวนำ อิเล็กตรอนนำกระแสจะเคลื่อนที่ นั่นหมายถึงว่าจะมีกระแสไหลในตัวนำ ซึ่งไม่ใช่เงื่อนไขแบบสถิต ดังนั้นสนามไฟฟ้าภายในตัวนำจะต้องเป็นศูนย์เพื่อรักษาสภาวะสถิตให้ยังคงไว้เสมอ

การพิจารณาในขั้นต่อไปภายใต้เงื่อนไขสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขตคือ ลักษณะของสนามไฟฟ้าภายนอกที่เกิดขึ้นเนื่องจากประจุที่ผิวนอกของตัวนำจะเป็นเช่นไร โดยจะแยกสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนี้ออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ และส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสกับผิวตัวนำ โดยสภาวะเงื่อนไขสถิตซึ่งจะต้องไม่มีกระแสไหล ดังนั้นสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสกับผิวตัวนำจะต้องเป็นศูนย์ เพราะถ้ามีสนามไฟฟ้าในแนวนี้เกิดขึ้นจะมีผลทำให้ประจุบนผิวตัวนำเคลื่อนที่ด้วยอิทธิพลของสนามไฟฟ้าส่วนนี้ นั่นคือเกิดกระแสไหลบนผิวตัวนำ ซึ่งจะขัดแย้งกับเงื่อนไขแบบสถิต จึงเหลือเพียงสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากเท่านั้น ดังนั้นความเข้มสนามไฟฟ้าหรือความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนผิวตัวนำจะมีทิศทางตั้งฉากกับผิวตัวนำเสมอ ภายใต้เงื่อนไขแบบสถิตและเงื่อนไขขอบเขต ดังแสดงในรูปที่ 6.6 ในที่นี้เงื่อนไขขอบเขตคือผิวตัวนำกับอากาศซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวน ความเข้มสนามไฟฟ้า $\bar{E}$ แบ่งออกเป็นส่วนประกอบในแนวสัมผัสกับผิวตัวนำ $\bar{E}_t$ และส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ $\bar{E}_n$ ซึ่งสุดท้ายแล้ว ภายใต้เงื่อนไขแบบสถิตและเงื่อนไขขอบเขตจะปรากฏสนามไฟฟ้า แนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ $\bar{E}_n$ เท่านั้น และคำนวณปริมาณของสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon} \tag{6.20}$$

และ

$$D_n = \rho_s \tag{6.21}$$

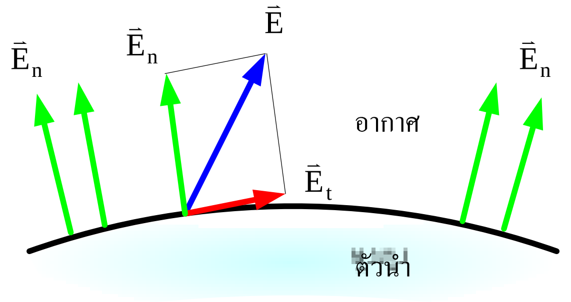
เมื่อ

E_n คือขนาดของความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ มีหน่วยเป็น V/m

D_n คือขนาดของความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ มีหน่วยเป็น C/m^2

ρ_s คือความหนาแน่นของประจุที่ผิวตัวนำ มีหน่วยเป็น C/m^2

ε คือค่าเพอร์มิทติวิตี (permittivity) ของสารตัวนำ มีหน่วยเป็น F/m



รูปที่ 6.6 แสดงส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงบนผิวตัวนำภายใต้เงื่อนไขแบบสถิตและเงื่อนไขขอบเขต

สาระสำคัญอีกประการหนึ่งคือ จากที่สนามไฟฟ้าตามแนวสัมผัสเป็นศูนย์ ทำให้ทุกๆ จุดพื้นผิวของตัวนำมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากันหมด เรียกผิวที่มีคุณสมบัติแบบนี้ว่า ผิวสมศักย์ (Equipotential surface)

สรุปหลักการสำคัญที่นำไปใช้กับตัวนำในสนามแบบไฟฟ้าสถิตได้ดังนี้

1. ความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตภายในตัวนำมีค่าเป็นศูนย์
2. ความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตที่ทุกจุดบนผิวตัวนำจะมีทิศทางตั้งฉากกับผิว
3. ผิวของตัวนำเป็นผิวแบบสมศักย์

ตัวอย่างที่ 6.3 จุด P(-2,4,1) เป็นจุดอยู่บนผิวของโลหะตัวนำ และที่จุดดังกล่าวมีสนามไฟฟ้า $\vec{E} = 400\hat{a}_x - 290\hat{a}_y + 310\hat{a}_z$ V/m ถ้าโลหะตัวนำอยู่ในอวกาศว่าง จงหา

ก) E_n ที่จุด P

ข) E_t ที่จุด P

ค) ρ_s ที่จุด P

ก) E_n ที่จุด P

วิธีทำ

เนื่องจากโลหะตัวนำอยู่ในสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขต ดังนั้นจึงปรากฏเฉพาะสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ E_n

$$E_n = \sqrt{400^2 + (-290)^2 + 310^2}$$

$$= 583.27 \quad \text{V/m}$$

ตอบ 583.27 V/m

ข) E_t ที่จุด P

วิธีทำ

เนื่องจากโลหะตัวนำอยู่ในสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขต และปรากฏเฉพาะสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวตัวนำ E_n ดังนั้น

$$E_t = 0 \quad \text{V/m}$$

ตอบ 0 V/m

ค) ρ_s ที่จุด P

วิธีทำ

เนื่องจากโลหะตัวนำอยู่ในสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขตดังนั้น

$$E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \quad \text{V/m}$$

และ

$$\rho_s = \varepsilon_0 E_n$$

$$= (8.854 \times 10^{-12})(583.27)$$

$$= 5.16 \quad \text{nC/m}^2$$

ตอบ 5.16 nC/m^2

6.5 ความจุไฟฟ้า (Capacitance)

ตัวเก็บประจุไฟฟ้า (Capacitor) ในทางปฏิบัติจะประกอบด้วยแท่งตัวนำสองแท่งวางห่างจากกันเป็นระยะทางช่วงหนึ่ง และมีอวกาศว่าง อากาศ หรือสารไดอิเล็กตริกชนิดใดชนิดหนึ่ง (หรือตัวกลางเหล่านี้ปนกัน) ขั้นอยู่ระหว่างกลางแท่งตัวนำทั้งสอง ดังแสดงด้วยรูปที่ 6.7 จะนิยามค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุนี้ได้ดังสมการต่อไปนี้

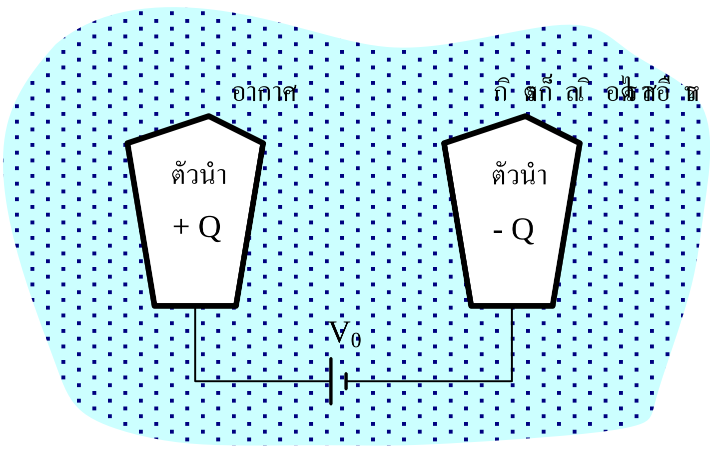
$$C = \frac{Q}{V_0} \tag{6.22}$$

โดยที่

C คือค่าความจุไฟฟ้า มีหน่วยเป็น ฟารัด (F)

Q คือขนาดของประจุไฟฟ้าบนตัวนำแท่งหนึ่ง มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (C)

V_0 เป็นความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างแท่งตัวนำทั้งสองมีหน่วยเป็นโวลท์ (V)



รูปที่ 6.7 แท่งตัวนำสองแท่งมีขนาดประจุเท่ากันแต่ต่างชนิดกัน
วางอยู่ในอากาศหรือสารไดอิเล็กตริก

โดยการแทนค่า

$$Q = \oint_S \bar{D}\cdot d\bar{S} = \oint_S \varepsilon\bar{E}\cdot d\bar{S} \tag{6.23}$$

และ

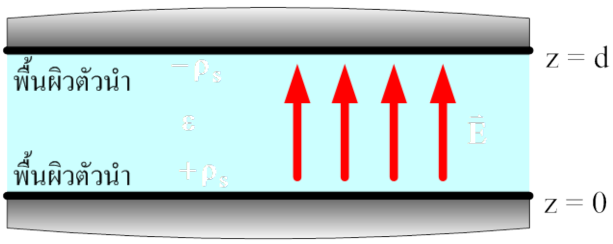
$$V_0 = -\int_{-}^{+} \bar{E}\cdot d\bar{L} \tag{6.24}$$

จะได้สมการหาค่าความจุของตัวเก็บประจุในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$C = \frac{\oint_S \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{S}}{-\int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{L}} \qquad (6.25)$$

กรณีที่ตัวนำเป็นแผ่นตัวนำวางขนานกันด้วยระยะห่าง d คั่นกลางด้วยสารไดอิเล็กตริกที่มีค่าเพอร์มิทติวิตี ε โดยให้ตัวนำแผ่นล่างอยู่ที่ระนาบ $z = 0$ ตัวนำแผ่นบนอยู่ที่ $z = d$ ดังแสดงในรูปที่ 6.8 ประจุที่เกิดขึ้นบนแผ่นตัวนำทั้งสองเป็นประจุเชิงผิวมีค่าความหนาแน่นประจุเป็น $+\rho_s$ และ $-\rho_s$ ตามลำดับ จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าแบบคงที่ตลอด (Uniform field) มีทิศทางชี้จากแผ่นตัวนำด้านล่าง (แผ่นประจุบวก) ไปยังแผ่นตัวนำด้านบน (แผ่นประจุลบ) เป็นไปตามสมการ

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{\varepsilon}\hat{a}_z \qquad (6.26)$$



รูปที่ 6.8 ตัวเก็บประจุไฟฟ้าแบบแผ่นตัวนำ

การหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุในที่นี้จะดำเนินการได้ดังต่อไปนี้

1. หาความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างแผ่นตัวนำบนกับแผ่นตัวนำล่าง

$$\begin{aligned} V_0 &= -\int_{upper}^{lower} \vec{E} \cdot d\vec{L} \\ &= -\int_{d}^{0} \frac{\rho_s}{\varepsilon} dz \\ &= \frac{\rho_s}{\varepsilon} d \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$V_0 = \frac{\rho_s}{\varepsilon} d \qquad (6.27)$$

2. หาประจุบนแผ่นตัวนำเมื่อกำหนดให้แผ่นตัวนำมีพื้นที่ผิวเป็น S

$$Q = \rho_s S \qquad (6.28)$$

3. หาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบแผ่นตัวนำ

จาก

$$C = \frac{Q}{V_0}$$

แทนค่า V_0 และ Q จากสมการที่ (6.27) และ (6.28) ตามลำดับ ดังนั้น

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \qquad (6.29)$$

เมื่อ

C คือค่าความจุไฟฟ้า มีหน่วยเป็นฟารัด (F)

ε คือค่าเพอร์มิทติวิตีของสารไดอิเล็กตริก มีหน่วยเป็น ฟารัดต่อตารางเมตร (F/m)

S เป็นพื้นที่ผิวของแผ่นตัวนำมีหน่วยเป็นตารางเมตร (m^2)

d คือระยะห่างระหว่างแผ่นตัวนำ มีหน่วยเป็นเมตร (m)

ตัวอย่างที่ 6.4 ตัวเก็บประจุตัวหนึ่งมีสารไดอิเล็กตริกเป็นไมก้า (mica) ที่มี $\varepsilon_R = 6$ พื้นที่ของแผ่นตัวนำเท่ากับ 10 ตารางนิ้ว ระยะห่างระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองเท่ากับ 0.01 นิ้ว จงคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุตัวนี้

วิธีทำ

1 นิ้ว เท่ากับ 0.0254 เมตร ดังนั้น

1 ตารางนิ้ว เท่ากับ 0.0254^2 ตารางเมตร

จะได้

$$S = (10)(0.0254^2)$$

$$= 6.45 \times 10^{-3} \quad m^2$$

$$d = (0.01)(0.0254) \quad m$$

$$= 2.54 \times 10^{-4} \quad m$$

ค่าเพอร์มิตติวิตีของไมก้า

$$\varepsilon = \varepsilon_R \varepsilon_0$$

$$= (6)(8.854 \times 10^{-12}) \quad F/m$$

ดังนั้น

$$C = \frac{(6)(8.854\times10^{-12})(6.45\times10^{-3})}{2.54\times10^{-4}}$$

$$= 1.349 \quad \text{nF}$$

<u>ตอบ</u> 1.349 nF

☺☺☺☺☺

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 6

1. กำหนดความหนาแน่นกระแสบริเวณรอบๆจุดกำเนิดเป็น $\bar{J} = \dfrac{4\sin\theta}{r^2}\hat{a}_r$ A/m^2 จงคำนวณหากระแสรวมที่ไหลทะลุผ่านผิวทรงกลมที่รัศมี r = 0.02 m
2. จงหาค่าความต้านทานของเส้นลวดตัวนำทองเหลืองที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.460 นิ้ว ยาว 1 เมตร (เส้นลวดตัวนำทองเหลืองมีค่า $\sigma = 1.5\times107$ mho/m)
3. คุณสมบัติของตัวนำที่อยู่ในสภาวะสถิตและเงื่อนไขขอบเขตมีกี่ข้ออะไรบ้าง
4. ตัวเก็บประจุตัวหนึ่งมีสารไดอิเล็กตริกที่มี $\varepsilon_R = 1$ พื้นที่ของแผ่นตัวนำเท่ากับ 10 ตารางมิลลิเมตร ระยะห่างระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองเท่ากับ 0.25 มิลลิเมตร จงคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุตัวนี้

☺☺☺☺☺